

Vorlesung: Bildgebende Verfahren in der Medizin I

Leiter: Prof. Dr. rer. nat. Olaf Dössel 2. Prüfer: Stefan Pollnow, M.Sc.

Klausur

22. Februar 2017
Beginn: 08:00 Uhr

Familienname:	AUFKLEBER
Vorname:	
Matrikel-Nr.:	

Angaben zur Klausur:

Die Arbeitszeit beträgt 2 Stunden; Hilfsmittel sind nicht erlaubt, außer einem Taschenrechner.

Der Lösungsweg muss vollständig angegeben und nachvollziehbar sein. Dokumentieren Sie Ihre Überlegungen, geben Sie erläuternde Kommentare. Bei Formeln müssen die verwendeten Größen angegeben werden, bei Diagrammen müssen die Achsen beschriftet werden.

Verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibzeug!

Die maximal erreichbaren Punkte pro Aufgabe sind der Tabelle zu entnehmen.

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Gesamt
Punkte:	11	10	6	11	11	8	12	5	6	5	85
erreicht:											

Note:_____

Röntgen

Frage 1 (11 Punkte)

Von Ihnen wird verlangt, eine Röntgenquelle für medizinisch-diagnostische Zwecke zu entwerfen.

- (a) Welche Anforderungen werden an die Röntgenquellen gestellt und warum? (5 Punkte)
- (b) Welche Typen von Röntgenröhren kennen Sie? Welcher Typ wird in der medizinischen Diagnostik bevorzugt und warum? (4 Punkte)
- (c) Welche Kriterien sind für ein gutes Anodenmaterial wichtig? Geben Sie ein Qualitätsmaß an. (2 Punkte)

Lösung:

- (a)
 - **Hohe Leistung:** Mit hoher Leistung können die Belichtungszeiten kurz gehalten werden, denn Aufnahmen mit kürzeren Belichtungszeiten sind weniger verwackelt. Dazu ermöglichen sie die Aufnahme von bewegten Organen (Herz).
 - **Kleiner Fokus.** Ein kleiner Fokus reduziert die Halbschatten-Effekte und ermöglicht ein schärferes Bild.
 - **Einstellbare Quantenenergie.** Da der Kontrast zwischen verschiedenen Gewebearten nur in bestimmten Energiebereichen optimal ist, muss die Quantenenergie einstellbar sein.
 - **Kostengünstige Herstellung.**
 - **Wenig Wartung und lange Lebensdauer.**

- (b) Typen: Drehanode, Festanode.

Die Drehanode. Bei ihr wird die Hitze über den gesamten Ring verteilt. Sie kann daher mit höherer Leistung betrieben werden wie die Festanodenröntgenröhre. Der Einsatz einer Festanode ist nur vorteilhaft, wenn über lange Zeit niedrige Röntgenleistungen gefordert sind. In der medizinischen Diagnostik sind aber hohe Leistungen mit kurzen Zeitintervallen gefragt.

- (c)
$$\text{Qualitätsmaß}_D = Z \cdot T_{max} \cdot \sqrt{\lambda \rho c} \quad (1)$$

Auch akzeptiert wird:

$$\text{Qualitätsmaß}_D = Z \cdot T_{max} \cdot \lambda \quad (2)$$

Mit:

- Z : Ordnungszahl
- T_{max} : maximal zulässige Temperatur
- λ : Wärmeleitfähigkeit
- ρ : Dichte
- c : spezifische Wärmekapazität

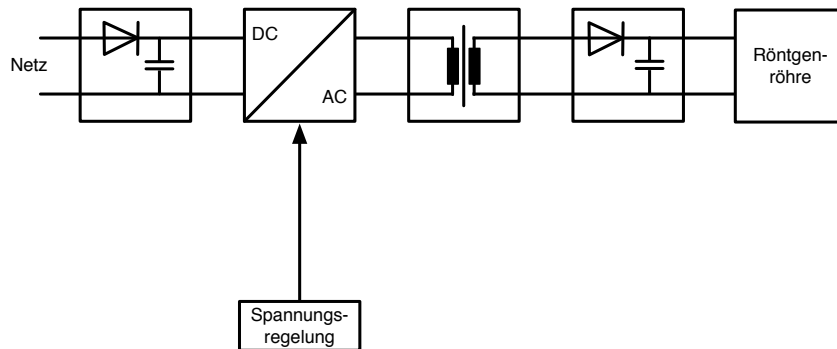
Frage 2 (10 Punkte)

- (a) Nach welchem Prinzip erzeugen moderne Röntgen-Hochspannungsgeneratoren die Hochspannung? (Skizze und Erklärung) (4 Punkte)

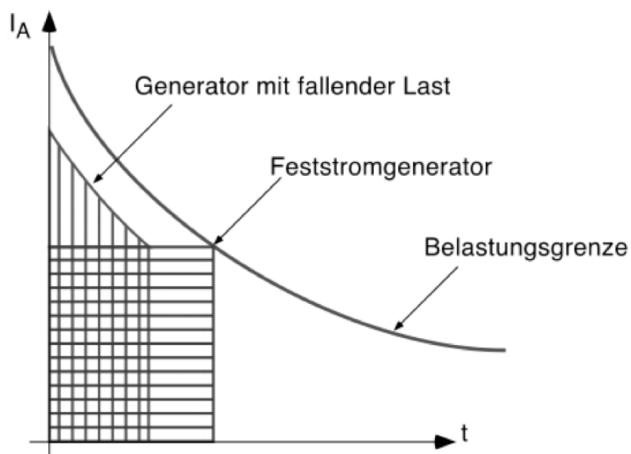
- (b) Warum werden heute keine oder kaum noch 12-Puls-Generatoren für die Hochspannungserzeugung eingesetzt? (3 Punkte)
- (c) Nach welchem Prinzip funktioniert ein Generator mit fallender Last? Skizzieren Sie die Abhängigkeit des Anodenstroms I_A von der Zeit t für diesen Generatortyp im Vergleich mit dem Feststromgenerator. (3 Punkte)

Lösung:

- (a) Die Netzspannung wird gleichgerichtet und z.B. mit 20 kHz wieder zerhackt. Diese hochfrequente Spannung wird dann in den kV -Bereich transformiert, gleichgerichtet und an die Röhre angelegt.



- (b)
- Hochfrequenzgeneratoren können kompakter gebaut werden als 12-Puls-Generatoren.
 - Bei 12-Puls-Generatoren lässt sich die Leistung nicht so schnell hoch- bzw. runterfahren.
 - 12-Puls-Generatoren benötigen zur Glättung einen größeren Kondensator.
- (c) Ein Generator mit fallender Last beginnt mit einem hohen Strom. Dann wird während der Aufnahme der Strom gerade so reduziert, dass die Belastungsgrenze nicht erreicht wird.

**Frage 3****(6 Punkte)**

Gegeben ist ein Raster mit einer Primärstrahltransparenz $T_p = 80\%$ und einer Selektivität von 16. Der Streustrahlungsanteil in der Bildebene würde ohne Raster 90% betragen.

- (a) Berechnen Sie die Streustrahltransparenz T_s des Rasters. (2 Punkte)
- (b) Welchen Kontrast würde das Bild ohne Raster haben? K_0 sei der Kontrast ohne Streustrahlung. (2 Punkte)

(c) Welcher Kontrast kann mit dem Einsatz vom Raster erreicht werden?

(2 Punkte)

Lösung:

(a) Die Selektivität des Rasters wird definiert als:

$$\Sigma = \frac{T_p}{T_s},$$

mit:

- T_p : Primärstrahltransparenz des Rasters
- T_s : Streustrahltransparenz des Rasters

$$T_s = \frac{T_p}{\Sigma} = 0.8/16 = 0.05 = 5 \%$$

(b) Der Kontrast ohne Raster ergibt sich zu:

$$K_{SO} = K_O \cdot \frac{1}{1 + \frac{J_s}{J_p}} = K_O \cdot \frac{1}{1 + \frac{0.9}{0.1}} = K_O \cdot 0.1$$

(c) Der Kontrast mit Raster ergibt sich zu:

$$K_{SR} = K_O \cdot \frac{1}{1 + \frac{T_s \cdot J_s}{T_p \cdot J_p}} = K_O \cdot \frac{1}{1 + \frac{0.05 \cdot 0.9}{0.8 \cdot 0.1}} = K_O \cdot 0.64$$

Systemtheorie

Frage 4**(11 Punkte)**

- (a) Wie ist das Korrelationsintegral zweier 1D-Funktionen definiert? Wie lautet das Korrelationstheorem (1D-Raum)? (2 Punkte)
- (b) Welche Information kann man aus der Korrelation von zwei Bildern erzeugen? (1 Punkt)
- (c) Geben Sie die Definition der Autokorrelation. Wofür wird diese Funktion angewendet? (2 Punkte)
- (d) Wie ist die MTF (Modulation Transfer Function) eines abbildenden Systems definiert (allgemeine Definition)? (2 Punkte)
- (e) Nennen und erläutern Sie kurz vier Messverfahren, um die MTF eines abbildenden Systems zu bestimmen. (4 Punkte)

Lösung:

(a) Im eindimensionalen Fall ist das Korrelationsintegral zweier Funktionen definiert als:

$$f(x) \otimes g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x') \cdot g(x + x') dx'$$

Das Korrelationstheorem besagt, dass die Fouriertransformierte des Korrelationsintegrals zweier korrelierter Funktionen gleich dem Produkt aus der konjugiert komplexen Fouriertransformierten der ersten Einzelfunktion und der Fouriertransformierten der zweiten Funktion ist:

$$f(x) \otimes g(x) \rightarrow F^*(u) \cdot G(u)$$

- (b) Aus dem Korrelationsintegral zweier Bilder kann man ablesen, wie man Bild A gegenüber Bild B verschieben muss, damit die Bildmuster möglichst gut aufeinander passen.
- (c) Die Autokorrelationsfunktion $f(x) \otimes f(x)$ zeigt, ob in einem Bild an verschiedenen Stellen ähnliche Muster existieren.

(d) Definition MTF:

$$MTF(u, v) = \frac{|H(u, v)|}{|H(0, 0)|}$$

Hierbei ist $H(u, v)$ die komplexe Übertragungsfunktion.

(e) Verfahren zur Messung der MTF(u):

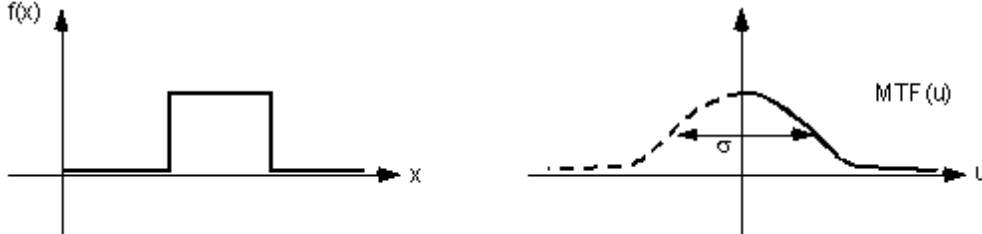
- Auf den Eingang wird ein sinusförmig modulierte Signal gegeben. Das Verhältnis K_A/K_E wird für verschiedene Frequenzen u bestimmt.
- Auf den Eingang wird ein rechteckförmig modulierte Signal gegeben. Das Verhältnis K_A/K_E wird für verschiedene Frequenzen u und deren ungerade höhere Harmonische bestimmt. Nach der bekannten Umrechnungsformel kann die MTF(u) bestimmt werden.
- Mithilfe eines dünnen Schlitzes wird ein linienförmiges Signal auf den Eingang gegeben. Am Ausgang wird die Linienbildfunktion gemessen. Aus der Fourier-Transformierten der Linienbildfunktion ergibt sich die MTF.
- Auf den Eingang wird ein Signal gegeben, welches lediglich weißes Quantenrauschen beinhaltet. Am Ausgang wird das Rauschleistungsspektrum gemessen. Die MTF ergibt sich aus der Quadratwurzel des Rauschleistungsspektrums (unter der Annahme, dass die DQE unabhängig von der Frequenz ist).
- Messung der Impulsantwort $h(x, y)$, 2D-Fouriertransformation und Absolutbetragsbildung

Bildverarbeitung

Frage 5

(11 Punkte)

Gegeben ist ein schwarzer Balken vor weißem Hintergrund als Eingangsbild eines abbildenden Systems und die MTF des abbildenden Systems (Gaußprofil mit der Standardabweichung σ).



- (a) Beschreiben Sie einen Weg, um das Ausgangsbild zu berechnen (nicht explizit lösen). (2 Punkte)
- (b) Gibt es einen digitalen Filter, der das Eingangsbild in gleicher Weise in das Ausgangsbild transformiert? Wie sieht die Filtermaske aus (5x5 Matrix)? (4 Punkte)
- (c) Beim Gauß-Filter handelt es sich um einen sog. „weichen“ Tiefpassfilter. Wie sieht im Gegensatz dazu ein „harter“ Tiefpassfilter aus? Wie wirken sich die Eigenschaften des „harten“ Tiefpassfilters im Ortsraum aus? (3 Punkte)
- (d) Skizzieren Sie qualitativ das Ausgangsbild für zwei verschiedene Werte von σ im Ortsraum. (Hinweis: Beachten Sie, dass σ bei der MTF des abbildenden Systems variiert werden soll, siehe Abbildung.) (2 Punkte)

Lösung:

- (a) Weg 1: Das Original $f(x)$ wird fouriertransformiert:

$$f(x) \xrightarrow{\text{Fourier}} F(u)$$

$F(u)$ wird mit der $MTF(u)$ multipliziert. Das Ergebnis wird zurücktransformiert.

$$g(x) \xleftarrow{\text{Fourier}} F(u) \cdot MTF(u)$$

(Eigentlich: Fourier-Reihenentwicklung, da die MTF nur der Absolutbetrag der komplexen Übertragungsfunktion ist.)

Weg 2: Die MTF wird invers fouriertransformiert und liefert die Impulsantwort $h(x)$. Das Original $f(x)$ wird mit der Impulsantwort $h(x)$ gefaltet:

$$g(x) = f(x) * h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x') \cdot h(x - x') dx'$$

- (b) Die Faltung mit der zur MTF gehörenden Impulsantwort kann durch eine (endliche) Filtermaske approximiert werden. Da die Fourier-Transformation einer Gauß-Funktion wieder eine Gauß-Funktion ist, ergibt sich die Filtermaske einer Gauß-Funktion z.B.:

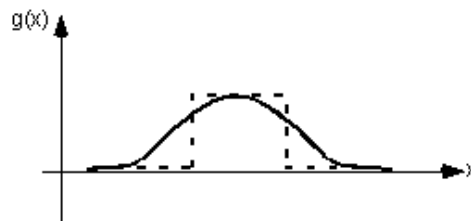
1	1	2	1	1
1	2	4	2	1
2	4	8	4	2
1	2	4	2	1
1	1	2	1	1

- (c) Ein „harter“ Tiefpass hat die Form einer Rechteckfunktion. Unterhalb einer Grenzfrequenz werden alle Frequenzanteile mit 1 multipliziert, oberhalb der Grenzfrequenz werden alle Frequenzanteile gelöscht (Verhalten eines unvollkommenen abbildenden Systems). Rechteckförmige Filter führen im Ortsraum zu „Echos“ an scharfen Kanten, da die Multiplikation mit dem Rechteck im Frequenzraum einer Faltung mit der si-Funktion im Ortsraum entspricht. Der periodische Verlauf dieser Funktion führt zu den „Echos“.

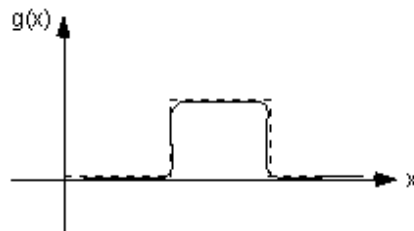
Rechteckfilter:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

- (d) Für ein kleines σ im Frequenzraum ergibt sich eine breite „Verschmierung“ im Ortsraum:



Für ein großes σ im Frequenzraum ergibt sich eine kleine „Verschmierung“ im Ortsraum:

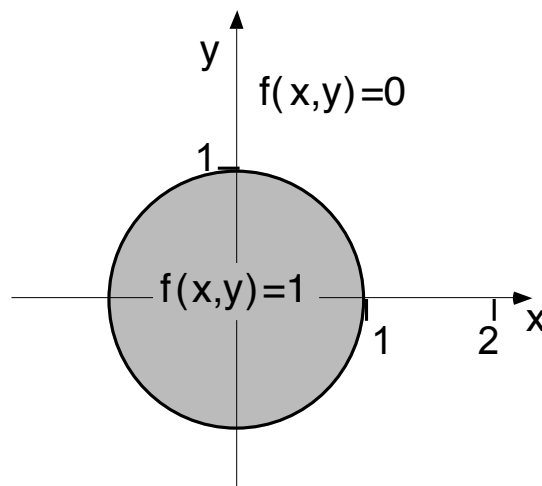


Computertomographie

Frage 6

(8 Punkte)

- (a) Welche physikalische Größe wird bei der CT gemessen, welche wird gesucht? Wie hängen beide Größen miteinander zusammen? (3 Punkte)
- (b) Die folgende Grafik zeigt den Querschnitt eines zylinderförmigen Objekts mit dem Wert $f(x, y) = 1$ innerhalb des Zylinders und 0 außerhalb. Tragen Sie die Parameter Θ und s definitionsgemäß in eine Skizze für die Aufnahme einer beliebigen Projektion $p(\Theta, s)$ ein. Welche mathematische Vorschrift liefert den Wert $p(\Theta_1, s_1)$ für eine beliebige Funktion $f(x, y)$? (3 Punkte)
- (c) Zeichnen Sie das Ergebnis einer Aufnahme $p(45^\circ, s)$ für $s = [-2, 2]$ in ein Koordinatensystem ein. (2 Punkte)

**Lösung:**

- (a) Das Signal, das bei der Röntgen-CT gemessen wird, ist die transmittierte Röntgenintensität J bezogen auf die eingestrahlte Röntgenintensität J_0 . Die transmittierte Röntgenintensität ergibt sich aus dem Verlauf der Röntgenschwächungskoeffizienten μ längs eines Strahls l , genauer gesagt misst man die Linienintegrale über die Röntgenschwächungskoeffizienten.

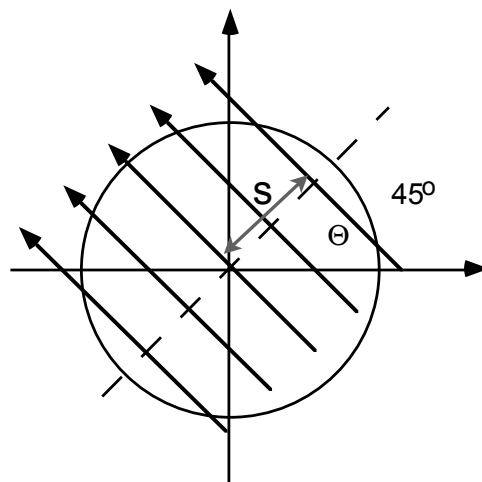
$$\ln \frac{J_0}{J} = \int \mu(l) dl$$

Gesucht wird der Röntgenschwächungskoeffizient als Funktion des Ortes in einer Körperscheibe.

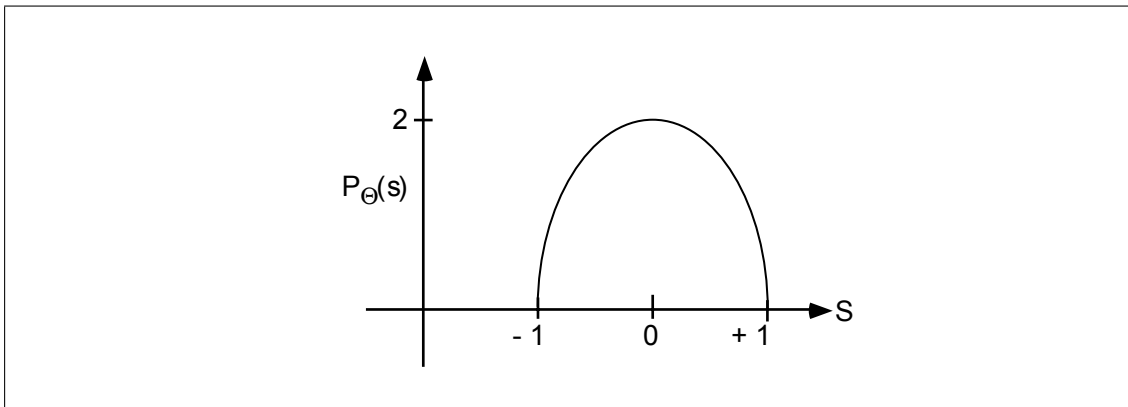
- (b) Die Radontransformierte beschreibt eine integrierbare Funktion $f(x, y)$ durch alle Linienintegrale über das Definitionsgebiet.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x(l), y(l)) dl$$

Die Richtung der Projektionen ist in der folgenden Abbildung veranschaulicht.



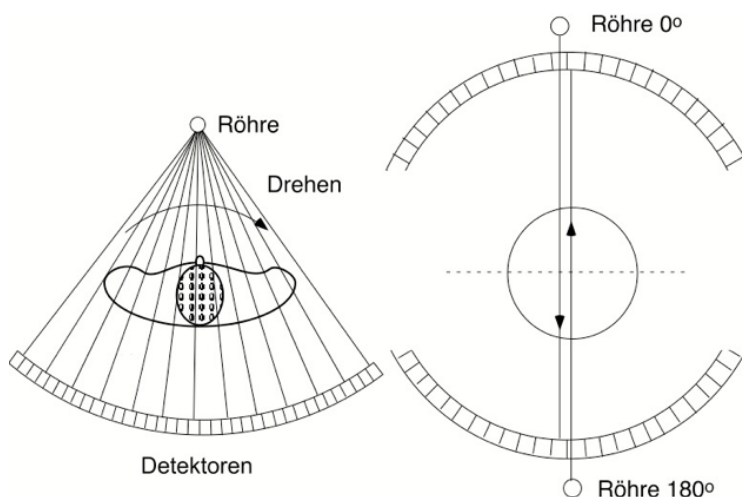
- (c) Die folgende Abbildung zeigt die gesuchte Projektion:

**Frage 7****(12 Punkte)**

- (a) Wie sieht ein CT-Scanner der 3. Generation schematisch aus (Skizze und Beschreibung)? Mit welchem Trick kann man die Zahl der Projektionen erhöhen? (4 Punkte)
- (b) Was versteht man unter Teilvolumenartefakten bei der CT? Wie wirkt sich eine solche Situation auf den Messwert am Detektor aus? (2 Punkte)
- (c) Wie wirken sich Teilvolumenartefakte auf das rekonstruierte Bild aus? Gehen Sie dabei auch auf die Orientierung der Voxel relativ zur Lage der Aufnahmeebene ein (Erläutern Sie den Zusammenhang durch eine Skizze). (4 Punkte)
- (d) Aufgrund welcher Einflussparameter wird das Rauschen bei der CT verstärkt bzw. verringert? (*Hinweis:* Es sollten vier Einflussgrößen genannt werden.) (2 Punkte)

Lösung:

- (a) Die Detektoren sind auf einem Kreisbogensegment angeordnet (Öffnungswinkel 40-60°) und decken den gesamten Körper des Patienten ab. Röhre und Detektorarray rotieren um den Patienten. Durch den springenden Fokus können zusätzliche Punkte im Radon-Raum gemessen werden. Dazu wird der Fokus nach einem Halbkreis auf einen benachbarten Punkt umgeschaltet.

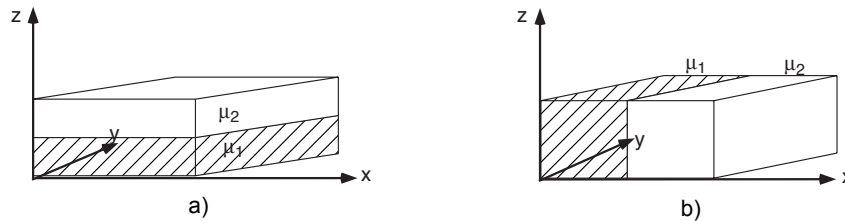


- (b) Teilvolumenartefakte entstehen, wenn in dem Gebiet, das durch ein Voxel repräsentiert wird zwei Materialien mit stark unterschiedlichen Absorptionskoeffizienten vorhanden sind. In diesem Gebiet werden die Teilstrahlen eines Strahlenbündels unterschiedlich abgeschwächt.
Die resultierende Leistung am Detektor ist beispielsweise:

$$J = J_1 \cdot e^{-\mu_1 \Delta x} + J_2 \cdot e^{-\mu_2 \Delta x}$$

Der bei der CT ermittelte Wert ist somit nicht der einfache Mittelwert aus beiden Schwächungskoeffizienten.

- (c) Es können zwei Extremfälle unterschieden werden, siehe unten stehende Abbildung. Im Fall **a)** liegt die Grenze orthogonal zur z-Achse der Aufnahme in Fall **b)** parallel. Im Fall **b)** kommt es zu Artefakten, weil hier der Schwächungswert aus jeder Projektionsrichtung unterschiedlich ist. Dies führt zu Streifen im rekonstruierten Bild.



- (d) Das Rauschen bei der CT steigt linear mit:

- dem Abtastabstand Δs
- der Fläche unter der Filterfunktion $H(w)$

Das Rauschen bei der CT fällt mit $1/x$:

- bei Erhöhung der Zahl der gemessenen Projektionen M
- mit der mittleren Zahl der Röntgenquanten pro Bildpunkt $\bar{N}$

Es gilt (Gleichung wird nicht gefordert für die Lösung):

$$\sigma_{Pixel}^2 = \frac{\pi^2 \cdot \Delta s}{M} \cdot \frac{1}{\bar{N}} \int_{-w_{max}}^{+w_{max}} |H(w)|^2 dw$$

mit:

- Δs = Abstand zwischen 2 Detektorelementen
- M = Zahl der Projektionen
- $\bar{N}$ = mittlere Zählrate bei einer Messung
- $H(w)$ = Filterfunktion für die gefilterte Rückprojektion

Strahlenwirkung

Frage 8

(5 Punkte)

- (a) Wie ist die Energiedosis definiert und in welcher Einheit wird sie gemessen?
 (b) Was ist der Unterschied zwischen der Energiedosis und der Äquivalentdosis?
 (c) Erläutern Sie die Funktionsweise eines Stabdosisimeters.

(2 Punkte)

(1 Punkt)

(2 Punkte)

Lösung:

(a)

$$D = \frac{dW}{dm}$$

mit:

- D : Energiedosis
- W : im Volumen deponierte Energie
- m : Masse des Volumens

Die Einheit lautet Gray.

$$\frac{1 J}{1 kg} = 1 Gy$$

(b) Äquivalentdosis:

$$H = q \cdot D$$

- H : Äquivalentdosis
- q : Bewertungsfaktor

Die Einheit lautet Sievert (Sv).

Die Äquivalentdosis berücksichtigt die unterschiedlich schädigende Wirkung verschiedener Strahlenarten. Für Röntgenstrahlen wurde $q = 1$ festgelegt.

(c) Zunächst wird ein Faden auf ein hohes Potential elektrostatisch aufgeladen. Dieser Faden ist mit einem Stab verbunden, der sich in einer mit Luft gefüllten Ionisationskammer befindet. Beim Eintreten von radioaktiver Strahlung in den Gasraum wird die Aufladung und damit das hohe Potential, des Stabes bzw. Fadens, abgebaut. Dadurch verändert sich die Neigung des Fadens.

Nuklearmedizinische Bildgebung

Frage 9

(6 Punkte)

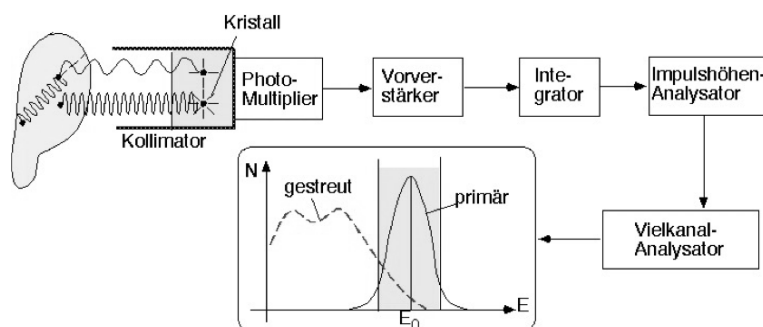
Ein Szintillationsdetektor wird meistens mit einem Impulshöhenanalysator verknüpft.

(a) Skizzieren Sie die Blockschaltung eines Detektors mit Impulshöhenanalysator. (4 Punkte)

(b) Wozu dient der Impulshöhenanalysator im Szintillationsdetektor? (2 Punkte)

Lösung:

(a) Die Blockschaltung eines Detektors mit Impulshöhenanalysator:



(b) Ein gestreutes Gamma-Quant, das durch Compton-Streuung entsteht, hat meistens eine kleinere Energie als ein primäres Quant, welches auf direktem Wege

vom radioaktiven Isotop in den Detektor gelangt ist. Damit erzeugt das gestreute Gamma-Quant weniger Photonen im Szintillator und kleinere Impulse im Photomultiplier. Solche Impulse können vom Impulshöhenanalysator unterdrückt werden, damit sie nicht das Bild verfälschen.

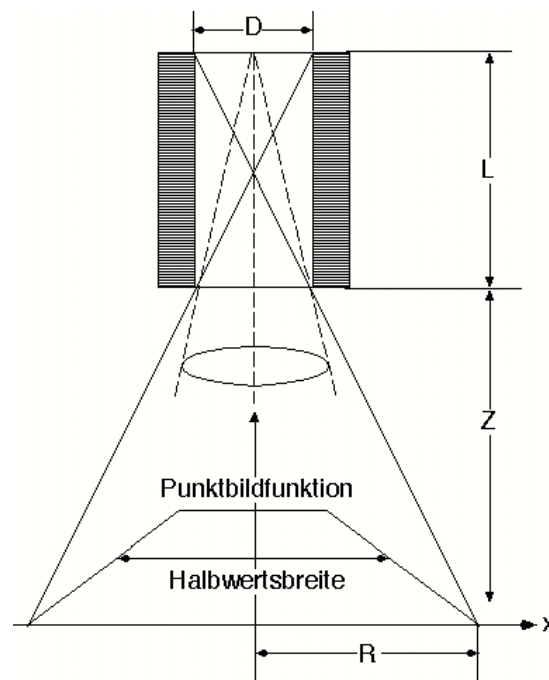
Frage 10**(5 Punkte)**

Kollimator-Kenngrößen

- (a) Wie groß ist die Halbwertsbreite der Punktbildfunktion eines Kollimators? Veranschaulichen Sie Ihre Erklärung mit einer Skizze. (3 Punkte)
- (b) Bestimmen Sie den Radius der Punktbildfunktion eines Kollimators in Abhängigkeit von der Entfernung zwischen Kollimator und Gamma-Strahler mit: (2 Punkte)
- $L = 25 \text{ mm}$ Dicke des Kollimators
 - $D = 1 \text{ mm}$ effektiver Durchmesser des Kollimators

Lösung:

- (a) Zur Darstellung der Punktbildfunktion wird ein idealer punktförmiger Gamma-Strahler vor dem Detektor vorbei bewegt und die Zählrate über dem Ort aufgezeichnet. Die resultierende Punktbildfunktion hat an den Rändern einen Halbschattenbereich und in der Mitte ein Plateau, auf dem sich die Zählrate nur wenig ändert. Die Halbwertsbreite ist der Bereich, in dem die Zählrate die Hälfte des Maximums beträgt.



- (b) Der Radius der Punktbildfunktion ergibt sich nach dem Strahlensatz zu:

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{D}{L} \cdot \left(Z + \frac{L}{2} \right) = \frac{D}{L} \cdot Z + \frac{D}{2} = \frac{1 \text{ mm}}{25 \text{ mm}} \cdot Z + \frac{1 \text{ mm}}{2} \\
 &= 0,04 \cdot Z + 0,5 \text{ mm}
 \end{aligned}$$